

Análisis de estabilidad

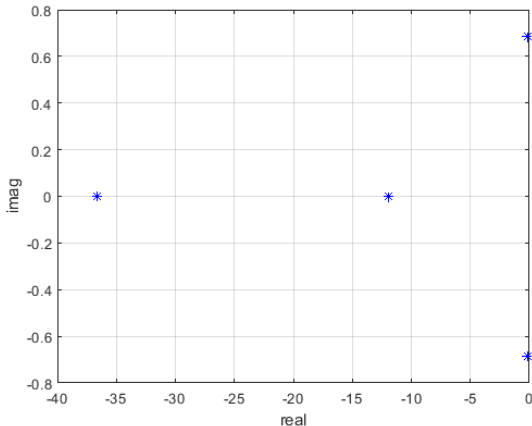
- Linearización de las ecuaciones

$$M = \begin{bmatrix} C_{X\dot{V}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{Z\dot{\gamma}} & 0 & C_{Z\dot{\theta}} \\ 0 & C_{m\dot{\gamma}} & C_{m\dot{q}} & C_{m\dot{\theta}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} C_{XV} & C_{X\gamma} & 0 & C_{X\theta} \\ C_{ZV} & C_{Z\gamma} & C_{Zq} & C_{Z\theta} \\ 0 & C_{m\gamma} & C_{mq} & C_{m\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} C_{X\delta_t} \\ C_{Z\delta_t} \\ C_{m\delta_t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M \begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} V \\ \gamma \\ q \\ \theta \end{pmatrix} + B \delta_t$$

Análisis de estabilidad

- Autovalores y autovectores: 2 reales y un par de complejos conjugados
- Primer modo real: asociado a la aceleración angular
- Segundo modo real: Convergencia del ángulo de ataque
- Modo complejo: Fugoida, relativo al vector velocidad



Primer modo

- $t_{1/2} = 0.0189 \text{ s}$

Segundo modo

- $t_{1/2} = 0.0582 \text{ s}$

Modo fugoide

- $\omega_n = 0.706 \text{ rad/s}$
- $t_{1/2} = 3.94 \text{ s}$

Función de transferencia

- Respuesta al mando
- Función de transferencia $\delta_t - \gamma$

$$G(s) = \frac{b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}$$

- Tres ceros (dos estables y uno inestable)
- Términos extensos, dificultad para análisis analítico
- Simplificaciones:
 - Fugoide
 - Convergencia del ángulo de ataque
 - Convergencia de velocidad angular

Aproximación al modo fugoide

- Despreciar término de aceleración angular
- Considerar $\gamma = \theta - \alpha$; $\dot{\gamma} = \dot{\theta}$
- Función de transferencia $\delta_t - \gamma$

$$G(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

- Conserva dos ceros
- Aproxima los polos y uno de los ceros
- Desaparece la información de dos ceros, aparece otro
- Importancia del coeficiente de estabilidad estática C_{m_α}

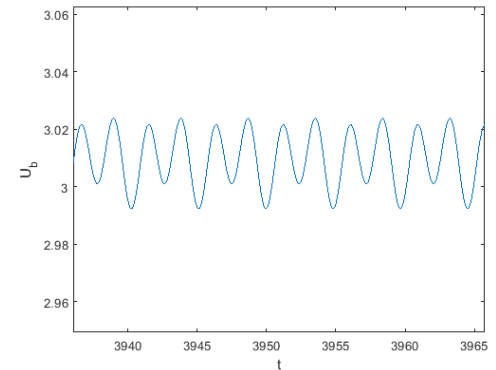
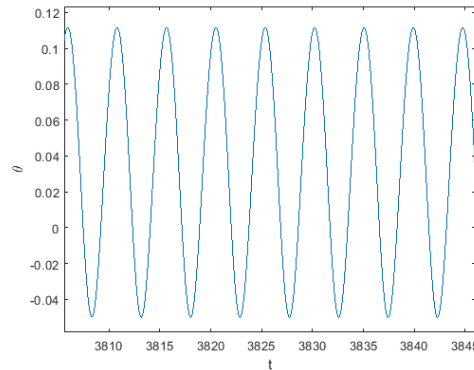
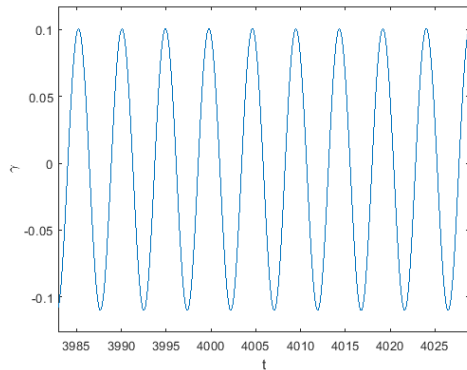


Análisis de estabilidad y maniobrabilidad

- Linealización de las ecuaciones
- Dependencia de la estabilidad estática
- Aproximación modo fugoide: caracterización de la estabilidad dinámica
- Aproximación corto periodo
- Análisis de estabilidad y maniobrabilidad en diversas aves
- Aplicación sobre nuestro prototipo

Aleteo

- Oscilación alrededor de un estado cuasi-estacionario
- γ, α, θ : Oscilaciones con la misma frecuencia del aleteo
- U_b : Influencia de la segunda frecuencia
- La amplitud de las oscilaciones del módulo de la velocidad son mucho menores que su valor nominal



Desarrollo en series de Fourier

$$U_b = U_{b0} + U_{b1}e^{i\omega t} + \bar{U}_{b1}e^{-i\omega t} + U_{b2}e^{i2\omega t} + \bar{U}_{b2}e^{-i2\omega t}$$

$$k = \frac{2\pi f}{U_b} \approx \frac{2\pi f}{U_{b0}}$$

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1e^{i\omega t} + \bar{\gamma}_1e^{-i\omega t}$$

$$\theta = \theta_0 + \theta_1e^{i\omega t} + \bar{\theta}_1e^{-i\omega t}$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1e^{i\omega t} + \bar{\alpha}_1e^{-i\omega t}$$

$$\alpha_0 = \theta_0 - \gamma_0; \quad \alpha_1 = \theta_1 - \gamma_1;$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L1}e^{i\omega t} + \bar{C}_{L1}e^{-i\omega t}$$

$$C_T = C_{T0} + C_{T1}e^{i\omega t} + \bar{C}_{T1}e^{-i\omega t} + C_{T2}e^{i2\omega t} + \bar{C}_{T2}e^{-i2\omega t}$$

Desarrollo en series de Fourier

$$0 = (U_{b0}^2)(C_{T0} - (C_{D0} + C_{Di0} + \Lambda C_{Dit0})) - \sin \gamma_0$$

$$2\mathcal{M}i\omega U_{b1} = (U_{b0}^2)(C_{T1} - (C_{Di1} + \Lambda C_{Dit1})) - \gamma_1 \cos \gamma_0$$

$$2\mathcal{M}i2\omega U_{b2} = (U_{b0}^2)(C_{T2} - (C_{Di2} + \Lambda C_{Dit2}))$$

$$0 = (U_{b0}^2)(C_{L0} + \Lambda C_{Lt0}) - \cos \gamma_0$$

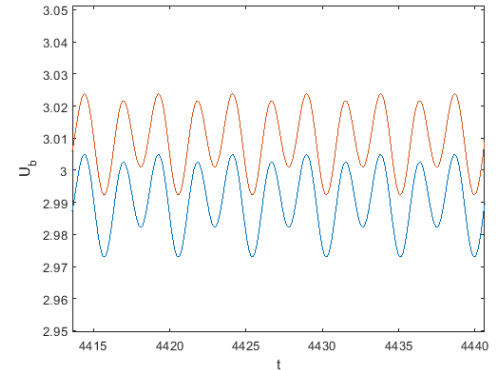
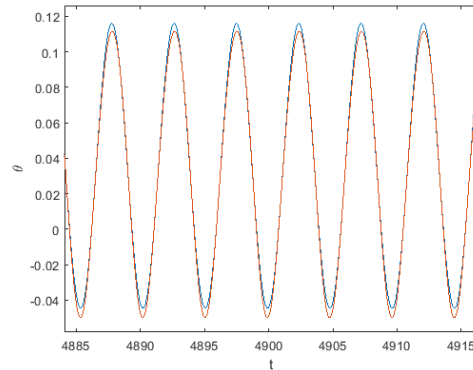
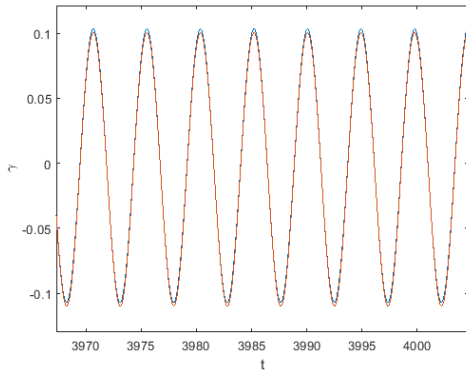
$$2\mathcal{M}(i\omega(U_{b0}\gamma_1)) = (U_{b0}^2)(C_{L1} + \Lambda C_{Lt1}) + \gamma_1 \sin \gamma_0$$

$$0 = C_{L0} + \mathcal{L}\Lambda(C_{Lt0}) - \mathcal{R}_{HL} \left(C_{L0}\alpha_0 + C_{L1}\bar{\alpha}_1 + \bar{C}_{L1}\alpha_1 + (C_{T0} - (C_{D0w} + C_{Di0})) \right)$$

$$-\omega^2\theta_1 = \chi U_{b0}^2 \left(C_{L1} + \mathcal{L}\Lambda(C_{Lt1}) - \mathcal{R}_{HL} (C_{L0}\alpha_1 + C_{L1}\alpha_0 + (C_{T1} - C_{Di1})) \right)$$

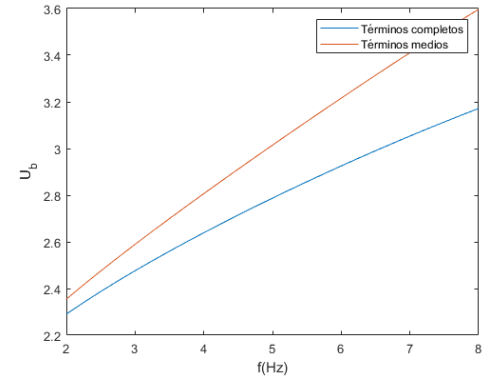
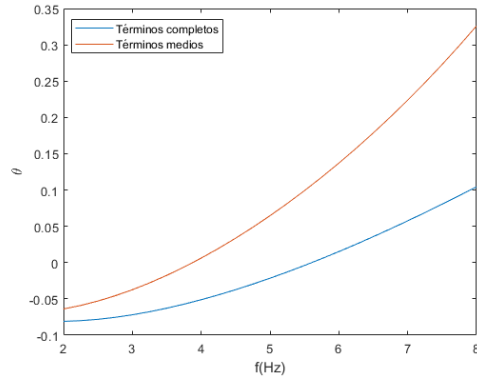
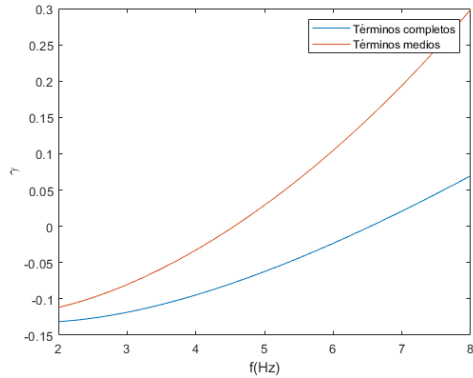
Aleteo

- Validez de la aproximación:
 - Ángulos de ataque pequeños
 - Frecuencias 1-7 Hz
- Ajuste de la solución



Aleto

- Ajuste con valores medios
- Influencia de los términos oscilatorios en los valores medios





Aleteo

- Implementación numérica de las ecuaciones con aleteo
- Desarrollo en series de Fourier
- Hipótesis de simplificación
- Entorno de validez
- Comparación de resultados
- Aproximación a solución simplificadas de términos medios